

## Vánoční nekonečné zamyšlení -

---

Napsal/a: bernard

Datum zveřejnění: : 24. 12. 2015 v 8:12

Když už tu máme vánoce, měla by to být příležitost nejen na hodování, ale také na zamyšlení. A na jeden takový námět k zamyšlení jsem dostal tip, na internetu je okolo něho dost názorů. Nenechám si ho pro sebe, a volně ho tu přetlumočím.

Pouvažujme o tom, jaký výsledný součet může mít řada přirozených čísel, jdoucí od jednotky až do nekonečna:

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$$

Použitím selského rozumu můžeme dojít k názoru, že výsledkem součtu bude číslo, rostoucí nade všechny meze, tedy hodnota nekonečně velká. Pojďme uvažovat dál, o součtu řady  $S_a$ , také jdoucí do nekonečna:

$$S_a = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

Tady i selský rozum váhá mezi hodnotou 1 a hodnotou 0, dá se však výsledek stanovit jednoznačně? Zkusme vsunout za prvý člen závorku:

$$S_a = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - S_a$$

$$2 \times S_a = 1$$

$$S_a = 1/2$$

No vida, podařilo se. Pokusme si pohrát se součtem další řady, nazveme jí  $S_b$ . Napíšeme ji pod sebe dvakrát s posunutím, a spočítáme obě (stejně) řady:

$$S_b = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots$$

$$S_b = 0 + 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots$$

$$\text{-----}$$
$$2 \times S_b = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

$$2 \times S_b = S_a = 1/2$$

$$S_b = 1/4$$

Vraťme se teď k naší původní řadě  $S$  a zkusme od ní odečíst řadu  $S_b$ :

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots$$

$$-S_b = -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 - \dots$$

$$\text{-----}$$
$$S - S_b = 0 + 4 - 0 + 8 - 0 + 12 - 0 \dots$$

Je celkem zřejmé, že  $S - S_b = 4 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots)$ , a tedy:

$$S - S_b = 4S$$

$$S = -S_b/3 = -1/12$$
$$\text{-----}$$

Takže to, co se zdálo selským rozumem nekonečné, je exaktním postupem konečné a dokonce záporné. Součet všech kladných čísel dává záporný výsledek! To vypadá jako nehorázná pitomost, ale vědci se ohánějí nějakou Riemannovou zeta funkcí, podle které to tak prý může být. A protože

výsledek nemůže být současně nekonečný i  $-1/12$ , někde musí být chyba. Je snad v tom výše uvedeném výpočtu?