Počítání s chybami II - Dodatek k dodatku -

Napsal/a: bernard

Datum zveřejnění: : 9. 04. 2010 v 21:33

Teorie tolerancí se ukázala jako značně zajímavé téma, a proto se Bernard rozhodl dopsat dodatek. Ten je konec konců i v původním článku.

Pak se ovšem rozhodl dopsat ještě druhý dodatek a ten pak ještě o něco vylepšil Konečnou podobu jeho díla si můžete přečíst samostatně.

Takže pokud máte rádi matematiku, hrátky s čísly a další podobná kouzla, neváhejte a vstupte. Určitě nebudete zklamáni.

Dodatek k dodatku – příklad

Mějme tedy sériově - paralelní uspořádání tří konkrétních rezistorů :

Uvedené hodnoty rezistorů jsou nominální (jmenovité) a výsledek 2,5 kΩ je tedy teoretická přesná hodnota odporu výsledného dvojpólu. Všechny hodnoty budeme uvažovat v kiloohmech.

Znak Δ (řecké písmeno delta) se v matematice používá pro přírůstek hodnoty a chceme-li rozlišit veličinu, které se přírůstek týká, zapíšeme ji hned za to delta. Například ΔR bude přírůstek výsledného odporu, ΔR1 přírůstek hodnoty R1.

a) Představme si teď, že rezistor R1 nahradíme proměnným odporem dovolujícím nastavit libovolnou hodnotu od 0 do 10 kΩ. Odpor výsledného dvojpólu už nebude konstantní, ale bude záviset na nastavené hodnotě R1:

Hodnota R je tedy funkcí proměnné hodnoty R1 a tuto závislost si snadno můžeme zobrazit jako graf, a to hned dvakrát. Jednou pro celkový rozsah hodnot R1, podruhé zvětšený tak, abychom podrobně viděli okolí blízké jmenovité hodnotě R1= 1 kΩ:

Hodnota citlivosti c1 = 1 tedy hovoří, že o kolik naroste hodnota R1, o stejnou hodnotu se zvětší odpor výsledného dvojpólu. To je určitě srozumitelné i pro elektrotechnika jen mírně pokročilého, neboť to, o co vzroste hodnota sériového odporu, je vlastně jen další odpor v sérii.

b) Vytvořme si obdobnou představu pro situaci, ve které proměnnou veličinou bude rezistor R2 :

Obdobně si pro tento případ ukažme grafické závislosti pro celý rozsah R2 a pro blízké okolí jmenovité hodnoty 2 kΩ:

Hned jste si jistě všimli, že závislost výsledného odporu na proměnné hodnotě R2 není přímková, ale tvoří křivku. Je to prostě tím, že hodnota R2 je i ve jmenovateli zlomku, a takto to tedy vychází. Na detailním obrázku je situace „vylepšená“ tím, že onu křivku v malém rozmezí můžeme považovat za rovnou a koeficient citlivosti c odpovídá vlastně sklonu pomyslné tečny ke křivce v daném bodě. A ten sklon je takový, že změna R2 o 100 Ω způsobí změnu celkového odporu o 56 Ω, protože podle vzorce, ke kterému jsme se dopracovali výše, hodnota c2 = $6^2/(2+6)^2$ = 0,56.

c) Nakonec si znázorníme situaci, ve které proměnnou veličinou bude rezistor R3 :

Nebude jistě překvapením, že charakter závislosti celkového odporu je obdobný jako v předcházejícím případě:

Nyní je hodnota citlivosti c3 pouhých 0,062 a sklon tečny je tedy menší, přibližuje se k horizontální ose a na změnu R3 o 100 Ω reaguje celkový odpor o hodnotu 6,2 Ω, neboť citlivost c3 = $2^2/(2+6)^2$ = 0,062.

A na závěr: Co s tím vším?

Tak třeba máme ono zapojení s rezistory 1 k Ω ±5%, 2 k Ω ±10%, 6 k Ω ±20%, jaký rozptyl můžeme celkově očekávat? Výslednou celkovou změnu odporu můžeme vyjádřit součtem

ΔR = c1 × ΔR1 + c2 × ΔR2 + c3 × ΔR3 ;

a pokud ΔR1/R1 = p1 (z toho ΔR1 = p1 × R1) , a obdobně i p2 a p3 (a tedy p1=±0,05; p2=±0,1; p3=±0,2), potom

ΔR = c1 × p1 × R1 + c2 × p2 × R2 + c3 × p3 × R3; a výsledná tolerance tedy:

p = ΔR/R = (c1 × p1 × R1 + c2 × p2 × R2 + c3 × p3 × R3) / R = (1 × 0,05 × 1 + 0,56 × 0,1 × 2 + 0,062 × 0,2 × 6)/2,5 ;

p = 0,095 ; celková odchylka výsledného odporu bude tedy nejvíc ±9,5%.

Jiný příklad: Jak dosáhnout celkové tolerance nejvýše ±5 %?

Uvažujme, že každý rezistor by měl toleranci ±1 %, jak by každý přispěl do celkového výsledku?

p = c1 × p1 × R1/R + c2 × p2 × R2/R + c3 × p3 × R3/R = 0,0040 + 0,0045 + 0,0015 ; a tedy v procentech:
p [%] = 0,4 × 1% + 0,45 × 1% + 0,15 × 1% = 1%; a můžeme tedy kombinovat:
p [%] = 0,4 × 5% + 0,45 × 5% + 0,15 × 5% = 5% ;
p [%] = 0,4 × 2% + 0,45 × 2% + 0,15 × 20% = 4,7% ;

Kdo chce, dosadí si jiné kombinace hodnot odporů a může si hrát až do omrzení. Smyslem tohoto dodatku ale bylo ukázat, že použití středoškolské matematiky v elektrických obvodech nemusí být žádné trápení, ale užitečná a celkem zábavná činnost!

Hloubavého čtenáře při pohledu na ty křivky celkového odporu možná napadne, že pro velké odchylky (třeba ±50 %) se dopouštíme chyby tím, že v okolí jmenovité hodnoty jsme si křivku zaměnili přímkou, ale skutečnost je zakřivená a při velkých odchylkách bychom to neměli ignorovat! Nuže, tento čtenář má pravdu. Buď se tedy smíříme s horší přesností výpočtu, nebo použijeme pracnější, ale exaktní metodu Žirafky. Takže končíme začátkem